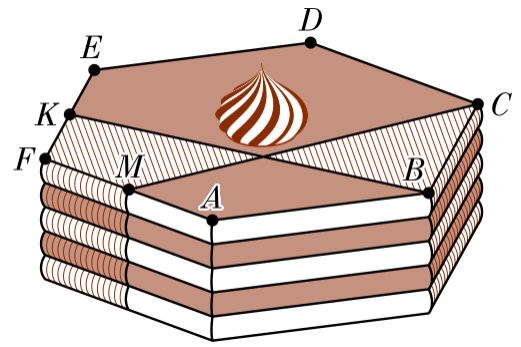


100 задач плюс збірник під редакцією Сканоаві (глава I).

Задача 1. Як трьома прямолінійними розрізами розділити круглий торт на а) сім; б) вісім частин?

Задача 2. На свій день народження Марічка приготувала тортик у формі правильного шестикутника $ABCDEF$. Розрізавши його так, як показано на рисунку (M та K — середини сторін AF і FE відповідно), вона віддала два виділені шматочки своїм найкращим друзям: трикутний — Васильку, а чотирикутний — Петрику. Кого зі своїх друзів Марічка любить більше: кому дістався більший шматок?



Задача 3. У волейбольному турнірі Русанівського ліцею, що проходив в одне коло (кожна команда зіграла з кожною рівно один раз, без «нічиїх») 20% усіх команд не виграли жодного разу. Зметикуйте, скільки команд брало участь у турнірі?

Задача 4. На шість зовні однакових гир, маси яких є натуральними числами від 1 до 6 г, двійчник Петрик наклеїв таблички з надписами «1 г», «2 г», ..., «6 г». Як за два зважування на шалькових терезах відміннику Андрійку визначити, чи правильно наклеєні таблички?

Задача 5. Ніч на «Вереснівці». Десятикласник, дев'ятикласник, восьмикласник і семикласник знаходяться на одному березі невеличкої річки та хочуть перейти на інший. На чотирьох у них всього один ліхтарик (ніколи так не робіть!). Перекинутою колодою можуть йти максимум двоє, причому обов'язково з ліхтариком. Десятикласник здатен подолати колоду за 1 хвилину, дев'ятикласник — за 2, восьмикласник — за 5, семикласник — за 10 хвилин. За який найменший час усі вони зможуть переправитися на інший берег?

Задача 6. У деякій країні система авіаліній влаштована таким чином, що будь-яке місто сполучене авіалініями не більше, ніж з трьома іншими, і з будь-якого міста до будь-якого іншого можна дістатися, зробивши не більше однієї пересадки. Якою може бути найбільша кількість міст у цій державі?

Задача 7. Намети учнів Русанівського ліцею на галявині «Вереснівки» займають квадрат $30\text{ м} \times 30\text{ м}$, причому на кожен намет відводиться квадратна ділянка розміром $5\text{ м} \times 5\text{ м}$. У п'яти наметах учні почали їсти цукерки. Якщо для деякої ділянки у якийсь момент часу виявиться, що у наметах на двох або більше сусідніх по стороні ділянках хтось їсть цукерки, за хвилину цукерки почнуть їсти і в наметі на цій ділянці. Чи може за деякий час виявитися, що в усіх наметах хрумтять цукерками?

Задача 8. Є 100 купок по 100 монет. Одна з купок складається з фальшивих монет, які на один грам легші за справжні. Вага справжньої монети становить 10 грамів. Яке найменше число зважувань на терезах зі стрілкою необхідно, щоб відшукати купку з фальшивих монет?

Задача 9. Учитель математики взяв довгу мотузку, прикріпив її до картини та повісив її на два цвяхи так, що вона висить, але якщо висмикнути будь-який з цвяхів, то картина впаде. Чи зможете ви зробити те ж саме? А повісити картину таким же чином на три цвяхи?

Задача 10. Товар вартував 1000 гривень. Продавець підняв ціну на 10%, а через місяць знизив її на 10%. Скільки став коштувати товар?

Задача 11. Зібрали 100 кг грибів. Виявилося, що їх вологість — 99%. Коли гриби підсушили, вологість зменшилася до 98%. Якою стала маса цих грибів після підсушування?

Задача 12. Ціна вхідного квитка на футбольний матч складала 180 грн. Після зниження вхідної плати кількість глядачів збільшилася на 50%, а виручка зросла на 25%. Скільки став коштувати квиток після зниження ціни?

Задача 13. Станок розрізає 300 шестиметрових дошок на шматки по 2 метри в кожному за 1 годину. Скільки необхідно часу, щоб на тому ж станку розрізати 200 восьмиметрових дошок такої ж ширини та товщини на шматки по 2 метри в кожному?

Задача 14. Майстерня закупила 675 метрів тканини червоного, синього та чорного кольорів для шиття одягу. Коли витратили половину червоної, дві третини синьої та три чверті чорної тканини, то тканини кожного кольору залишилося порівну. Скільки метрів тканини кожного кольору було закуплено?

Задача 15. Поїзд проїжджає міст довжиною 450 метрів за 45 секунд, а повз світлофор за 15 секунд. Знайдіть довжину поїзда та його швидкість.

Задача 16. З двох населених пунктів, відстань між якими дорівнює 100 км, одночасно вирушили назустріч один одному два вершники. Швидкість першого вершника 15 км/год, другого — 10 км/год. Разом з першим вершником вибіг пес, швидкість якого 20 км/год. Зустрівши другого вершника, він повернув назад та побіг до першого, добігши до нього, знову повернув і так бігав доти, доки вершники не зустрілися. Скільки кілометрів пробіг пес?

Задача 17. Що швидше: проїхати весь шлях на велосипеді чи половину шляху проїхати на мотоциклі, а потім другу половину пройти пішки, якщо швидкість мотоцикла удвічі більша за швидкість велосипеда, а швидкість велосипеда удвічі більша за швидкість пішохода?

Задача 18. Я з'їдаю торт за 1 годину, ти — за 2 години, вона — за 3 години. А разом?

Задача 19. Катер пливе «туди» 8 год, а «назад» — за 10 год. А пліт?

Задача 20. Двоє гравців по черзі фарбують смужку зі 150 клітинок: перший завжди фарбує дві клітинки підряд, другий — три. Програє той, хто не може зробити черговий хід. Хто виграє при правильній грі?

Задача 21. Двоє грають на смужці з 12 клітинок. На кожному ході можна поставити на будь-яке поле шашку або посунути на одну клітинку праворуч уже поставлену шашку. Гравець виграє, якщо займає шашкою останнє вільне поле смужки. Хто виграє? (Зрозуміло, що на кожній клітинці може розміщуватися лише одна шашка.)

Задача 22. На шкільній вікторині було запропоновано 20 питань. За кожну правильну відповідь учасникові нараховували 12 очок, а за кожну неправильну — списували 10 очок. Скільки правильних відповідей дав один із учасників, якщо він відповідав на всі питання й набрав 86 очок?

Задача 23. На годівлю 6 коней та 40 корів щодня відпускають 472 кг сіна, а на годівлю 12 коней та 37 корів — 514 кг сіна. Скільки сіна буде потрібно при такій же денній нормі на годівлю 30 коней та 90 корів з 15 жовтня по 25 березня включно (рік не високосний)?

Задача 24. «Бабуся, скільки років твоєму онуку?» — «Моєму онуку стільки місяців, скільки мені років. А разом нам 65 років». Скільки років онуку?

Задача 25. Поїзд повинен був проїхати 720 км за 14 год 24 хв. Проїхавши 0,75 цього шляху, він затримався через ремонт на 16 хв. З якою швидкістю поїзд повинен продовжити рух, щоб дістатися місця призначення вчасно?

Задача 26. Відстань між пристанями на річці 43,2 км. Моторний човен, ідучи за течією річки, витрачає на цей шлях 2 год 24 хв. Скільки часу витрачає човен на цей же шлях, ідучи проти течії, якщо швидкість течії 1,8 км/год?

Задача 27. Човен, ідучи за течією річки, витрачає на шлях від пристані А до пристані В 32 год, а на шлях назад — 48 год. За який час пропливає пліт від пристані А до пристані В?

Задача 28. Обчисліть значення виразу $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2023}$.

Задача 29. а) На столі лежить 15 сірників. Грають двоє. За один хід можна забрати 1, 2 або 3 сірники. Програє той, кому доведеться забрати останній сірник. Хто переможе: перший чи другий гравець? Як при цьому треба грати?

б) На столі лежить 17 сірників. Грають двоє. За один хід можна забрати 1, 2, 3 або 4 сірники. Програє той, кому доведеться забрати останній сірник. Хто переможе: перший чи другий гравець? Як при цьому треба грати?

Задача 30. Дорогою йдуть два туристи. Перший турист робить кроки на 10% коротші, але в той же час на 10% частіше, ніж другий. Хто з туристів йде швидше? Чому?

Задача 31. Ціну на товар зменшили на 10%, а потім ще на 10%. Чи коштував би він дешевше, якби ціну одразу знизили на 20%?

Задача 32. Чисельник дробу збільшили на 20%. На скільки відсотків треба зменшити його знаменник, щоб в результаті дріб збільшився вдвічі?

Задача 33. Свіжі гриби містять 90% води, а сушені — 12%. Скільки кг сушених грибів вийде з 10 кг свіжих?

Задача 34. Бригада косарів першого дня покосила половину поля і ще 2 га, а другого дня — 25% залишку та останні 6 га. Знайдіть площу поля.

Задача 35. Дідусю зараз 56 років, а його онучці — 14. Через скільки років дідусь буде вдвічі старшим за свою онуку?

Задача 36. Обчисліть значення виразу: $3 + 6 + 9 + \dots + 2016$.

Задача 37. Знайдіть суму всіх натуральних трицифрових чисел, що кратні 9.

Задача 38. Які 4 цифри потрібно викреслити із числа 4921508, щоб одержати найменше тризначне число?

Задача 39. Вік Старого Хоттабича записується чотиризначним числом з різними цифрами. Про це число відомо наступне: 1) якщо закреслити першу й останню цифри, то одержимо найбільше з двозначних чисел, сума цифр яких дорівнює 13; 2) перша цифра більша за останню у 4 рази. Скільки років Старому Хоттабичу?

Задача 40. Сто цукерок розклали у п'ять купок. У першій і другій у сумі — 51 цукерка, у другій та третій — 44, у третій та четвертій — 31, у четвертій та п'ятій — 33. Знайдіть кількість цукерок у кожній купці.

Задача 41. Дідусь пішов із чотирма онуками у ліс по гриби. У лісі онуки розійшлися та стали шукати гриби. Через деякий час дідусь сів під деревом перепочити та перерахувати знайдені гриби: їх виявилось 45 штук. Через деякий час до нього прибігли онуки і виявилось, що жоден нічого не знайшов. Дід роздав онукам усі свої гриби. Онуки знову розійшлися у різні боки на пошуки грибів. Один онук знайшов ще 2 гриби, інший 2 загубив, третій знайшов ще стільки, скільки одержав від діда, а четвертий втратив половину грибів, отриманих від діда. Коли діти прийшли додому й порахували свої гриби, то виявилось, що у кожного грибів порівну. Скільки грибів кожен онук одержав від дідуся та скільки грибів було в кожного, коли вони повернулися додому?

Задача 42. 13 котів та собак з'їли 33 сардельки. Кожен пес з'їв по 3 сардельки, а кожен кіт — по 2 сардельки. Скільки було котів та скільки було собак?

Задача 43. Колода важить 200 кілограмів. Скільки важить така ж колода, але вдвічі товща за неї, хоча й удвічі коротша?

Задача 44. У бак розмірами $10 \times 10 \times 5$ дм залили березовий сік (5 дм — висота бака). На скільки сантиметрів знизиться рівень березового соку, якщо відлити 200 л?

Задача 45. У сауні з ванни, основою якої є квадрат зі стороною 4 м, випускають воду. Скільки літрів води витекло, коли рівень знизився на 20 см?

Задача 46. Щодня трансатлантичний пароплав відбуває з Гавра до Нью-Йорка, у той же самий час пароплав тієї ж компанії відправляється з Нью-Йорка до Гавра. Подорож в одному напрямку займає рівно 7 діб. Скільки суден компанії, які йдуть у протилежному напрямку, зустрінє пароплав на шляху з Гавра до Нью-Йорка?

Задача 47. Прийшовши до тиру, Петро купив 5 куль. За кожен успішний постріл йому дають ще 5 куль. Петро стверджує, що він зробив 50 пострілів й 8 разів влучив у ціль, а його друг Микола каже, що цього не може бути. Хто із хлопчиків правий?

Задача 48. Одна людина сказала: «Ще позавчора мені було п'ятдесят чотири, а вже в наступному році буде п'ятдесят сім!» Чи може так бути?

Задача 49. Розглянемо число 1232123212321232..., що складається з 2023 цифр. Які останні три цифри цього числа?

Задача 50. Яку цифру потрібно приписати до числа 97 ліворуч і праворуч, щоб отримане число ділилося на 27?

Задача 51. Яку найменшу суму цифр може мати натуральне число, що ділиться: а) на 5; б) на 55?

Задача 52. Скільки існує натуральних чисел, менших за 100, які: а) діляться одночасно на 2 і на 3; б) діляться на 2, але не діляться 3; в) діляться на 3, але не діляться 2; г) діляться або на 3, або на 2; д) не діляться ні на 2, ні на 3?

Задача 53. 1) Чи може добуток чотирьох послідовних натуральних чисел дорівнювати: а) 3024; б) 30244?

2) Чи може сума чотирьох послідовних натуральних чисел дорівнювати: а) 3024; б) 30246?

Задача 54. Знайдіть найменше натуральне число, яке при діленні на 7 дає в остачі 6, а при діленні на 9 дає в остачі 8.

Задача 55. Було взято 10 аркушів паперу. Деякі аркуші розрізали на 10 частин, потім деякі з отриманих шматочків знову розрізали на 10 частин і т.д. На певному етапі порахували загальну кількість шматочків паперу. Виявилось, що усього їх 1386. Чи правильно порахували кількість шматочків?

Задача 56. У деякій казковій країні серед інших мешканців живуть карабаси та барабаси. Кожен карабас знайомий з шістьма іншими карабасами і дев'ятьма барабасами. Кожен барабас знайомий з десятьма карабасами і сімома барабасами. Кого в цій країні більше — карабасів чи барабасів?

Задача 57. Двоє грають в наступну гру. Береться шоколадка розміром 6×4 , що складається з 24 дольок. За один хід можна зробити лише один розлом по прямій вздовж заглиблення на шоколадці. Програє той, хто не може зробити черговий хід. Хто виграє — перший чи другий гравець? Як при цьому треба грати?

Задача 58. Запишіть усі дільники числа 225.

Задача 59. Скільки існує натуральних чисел, менших за 1000, які не діляться ні на 5, ні на 7?

Задача 60. До числа 55 зліва і справа допишіть по одній цифрі так, щоб отримане число ділилося на 18. Запишіть отримані числа.

Задача 61. Ваня й Вася живуть в одному будинку, на кожній сходовій клітині якого по 4 квартири. Ваня живе на 5-му поверсі у квартирі 83, а Вася — на 3-му поверсі у квартирі 169. Скільки поверхів у будинку, якщо в кожному під'їзді кількість поверхів однакова?

Задача 62. Жінка несла на базар кошик яєць. Якщо виймати з кошика по 2, по 3, по 4, по 5 або по 6 яєць, то у кошику залишатиметься одне яйце. А якщо виймати з кошика по 7 яєць, то в ньому нічого не залишиться. Скільки яєць у кошику?

Задача 63. Яким має бути натуральне число n , якщо $3n + 2$ кратне 5?

Задача 64. Сума двох чисел 221, а їхнє найменше спільне кратне дорівнює 612. Знайдіть ці числа.

Задача 65. На дошці записано чотири числа: 4, 7, 11 і 13. Дозволяється до довільних двох з них додати по одиниці й записати отримані суми замість двох обраних чисел. Чи можна таким чином зробити всі числа рівними?

Задача 66. До числа 47 зліва та справа допишіть по одній цифрі так, щоб отримане число ділилося на 12.

Задача 67. Скільки є п'ятицифрових чисел, які діляться на 75, а дві перші цифри в яких дорівнюють 57?

Задача 68. Знайдіть усі числа, які при діленні на 7 дають частку, яка співпадає з остачею.

Задача 69. У результаті ділення на 2 число дає в остачі 1, при діленні на 3 — остачу 2. Яку остачу дає число при діленні на 6?

Задача 70. При виданні книги знадобилося 2775 цифр для того, щоб пронумерувати її сторінки. Скільки сторінок у книзі?

Задача 71. Середнє арифметичне ста різних натуральних чисел дорівнює 60. Яким максимально можливим числом може бути найбільше серед цих ста чисел?

Задача 72. Сума довжин ребер куба, площа повної поверхні та його об'єм є натуральними трицифровими числами. Знайдіть довжину ребра куба, якщо відомо, що вона є натуральним числом.

Задача 73. Двоє гравців по черзі виймають із двох відер яблука. За один хід кожен гравець може брати з будь-якого, але тільки з одного відра довільну кількість яблук. Виграє той, хто забере останнє яблуко. Хто з гравців має виграшну стратегію та як має грати, якщо у першому відрі 42 яблука, а в другому — 38?

Задача 74. Чи ділиться добуток натуральних чисел від 1 до 20 на 243?

Задача 75. Бурундучок біжить від дупла до ліщини без горішка зі швидкістю 4 м/с, а від ліщини до дупла з горішком — зі швидкістю 2 м/с. На шлях від дупла до ліщини й назад бурундучок витрачає 57 секунд. Яка відстань від дупла до ліщини?

Задача 76. Скільки часу витратить поїзд довжиною 500 м на прохід тунелю, довжина якого 500 м, якщо швидкість поїзда 60 км/год?

Задача 77. Знайдіть таке двозначне число, яке при діленні на свою суму цифр дає число, яке дорівнює дільнику.

Задача 78. Сашко знайшов серед перших трьох тисяч натуральних чисел число із цікавою властивістю: при діленні на 2 воно дає остачу 1; при діленні на 3 — остачу 2; при діленні на 4 — остачу 3; при

діленні на 5 — остачу 4; при діленні на 6 — остачу 5; при діленні на 7 — остачу 6; при діленні на 8 — остачу 7; при діленні на 9 — остачу 8; при діленні на 10 — остачу 9. Яке число знайшов Сашко?

Задача 79. Троє друзів купили в буфеті 14 пиріжків. Микола купив у 2 рази менше пиріжків, ніж Віктор, а Євген — більше, ніж Микола, але менше, аніж Віктор. Скільки пиріжків купив кожен з друзів?

Задача 80. Середнє арифметичне десяти довільних натуральних чисел дорівнює 10. Яким максимально можливим числом може бути найбільше серед цих десяти чисел?

Задача 81. Зустрілися дві жінки. Одна похвалилася, що в неї є три сини.

— Скільки їм років? — спитала друга жінка.

— Якщо перемножити їх вік, то вийде 36, а якщо додати, то вийде номер твоєї квартири, — відповіла перша.

Подумавши, друга жінка сказала, що їй не вистачає інформації. Тоді перша сказала:

— У мого старшого руде волосся.

— Тепер я знаю вік твоїх синів! — вигукнула друга жінка.

Визначте і ви вік кожного хлопчика.

Задача 82. Маємо п'ятицифрове число 25762. Яку цифру і на якому місці треба дописати, щоб отримане число ділилося націло на 36?

Задача 83. Скільки є чотирицифрових чисел, які діляться на 90, а дві середні цифри в яких дорівнюють 57?

Задача 84. Найменше спільне кратне двох чисел, що не діляться одне на одне, дорівнює 90, а їхній найбільший спільний дільник дорівнює 6. Знайдіть ці числа.

Задача 85. Дядько Скрудж поклав на депозит у Нью-Йоркський банк 9000 доларів. За три місяці його вклад збільшився на 4%, а за наступні три місяці — ще на 4%. На скільки відсотків збільшився вклад Скруджа за півроку?

Задача 86. За перший місяць ціна товару підвищилася на 20%, а за другий — ще на 15%. На скільки відсотків зросла ціна товару за два місяці?

Задача 87. У двох бочках було порівну води. Кількість води в першій бочці спочатку зменшилась на 10%, а потім збільшилась на 10%; в другій бочці навпаки — спочатку збільшилась на 10%, а потім зменшилась на 10%. У якій бочці стало більше води?

Задача 88. Знайдіть найбільше число, усі цифри якого різні, а їхній добуток дорівнює 360.

Задача 89. На столі лежать 23 цукерки. Кожен з двох гравців за один хід може взяти будь-яку кількість цукерок від 1 до 4. Виграє той, хто забере останню цукерку. У кого з гравців виграшна стратегія і в чому вона полягає?

Задача 90. До новорічного свята Дід Мороз купує кожному слухняному учню ліцею шоколадку. Відомо, що якщо купувати в упаковках по 8 шоколадок, то треба буде купити на 5 упаковок більше, ніж якщо купувати упаковками по 10 шоколадок. Який відсоток слухняних учнів в ліцеї, якщо всього їх 200?

Задача 91. У чотирицифрового числа поміняли місцями дві останні цифри і склали отримане число з початковим. Отримали число 2018. Знайдіть усі такі числа та доведіть, що інших не існує.

Задача 92. Розташуйте 6 точок таким чином, щоб для будь-якої з них було рівно 3 точки, віддалені від неї на відстань a .

Задача 93. Козак Голота витрачає 1 копійку на одну хлібину та шматочок сала. Коли ціни зросли на 20%, на ту ж копійку він купляє півхлібини і шматочок сала. Чи вистачить йому цієї копійки хоча б на шматочок сала, якщо ціни ще зростуть на 20%?

Задача 94. Говіркий олень Діда Мороза одного разу розказав, що вмів бігати зі швидкістю 50 км/хв. Йому, звісно, не повірили, а після того виявилось, що насправді олень усе переплутав і думав, що в кілометрі 60 метрів, а в хвилині 1000 секунд. З якою швидкістю насправді може бігати олень Діда Мороза?

Задача 95. Щоб відкрити сейф Діда Мороза, Снігуроньці потрібно ввести код — число, що складається з семи цифр: двійок і трійок. Сейф відкриється, якщо двійок буде більше, ніж трійок, а код ділитиметься націло і на 3, і на 4. Допоможіть Снігуроньці відкрити сейф.

Задача 96. На прямій відмітили декілька точок. Після цього між кожними двома сусідніми точками відмітили ще по одній точці. Таке «ущільнення» повторили ще двічі (всього процедуру виконали 3 рази). У результаті на прямій виявилось 113 точок. Скільки точок було відмічено спочатку?

Задача 97. Святковий екіпаж Діда Мороза вирушив із Києва до іншого міста України, але загубивши дорогою магічний компас, вирішив повернутися назад. Орієнтуючись за Місяцем, вони пролетіли 300 км на південь, потім 300 км на захід, 300 км на північ і 300 км на схід, після чого приземлилися, однак були здивовані тим, що не потрапили у місце відправки. Виявилися вони південніше від Києва, північніше від нього або на тій же широті? Виявилися вони східніше від Києва, західніше або на тій же довготі?

Задача 98. Чекаючи, поки Дід Мороз та Снігуронька роздадуть слухняним учням ліцею подарунки, два олені з його екіпажу грали на золоті монети. Спочатку другий програв половину своїх монет (віддав першому), потім перший програв половину своїх, а потім знову другий програв половину тих, що мав. У результаті у першого виявилось 20 монет, а у другого — 11. Скільки монет було у першого оленя до початку гри?

Задача 99. На далекій планеті Урап, що в сузір'ї Тау Кіта, один рік триває 18 місяців, і кожен місяць триває 10 днів. Кожен сьомий рік високосний (цей рік триває на 1 день довше, ніж інші роки), у цей рік третій місяць має 11 днів. Кожен тиждень складається з п'яти днів: Місячний, Сонячний, Земний, Ураповий, Прогулянковий день. Турап, один з жителів планети Урап, народився Урапового дня, в перший день четвертого місяця високосного року. У який день тижня він святкуватиме своє 15-річчя?

Задача 100. У щоденнику Вовочки уже записано 200 зауважень, а у Марійки — поки лише 112. Через скільки тижнів вони зрівняються, якщо Марійка отримує на 22 зауваження щотижня більше, ніж Вовочка?